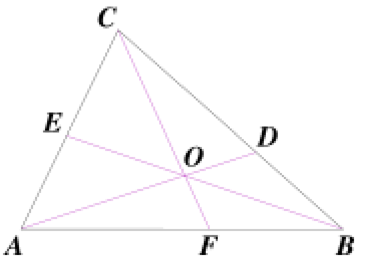
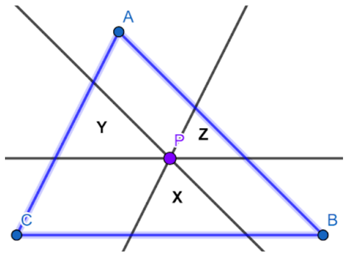
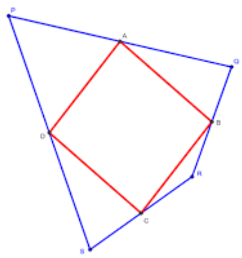
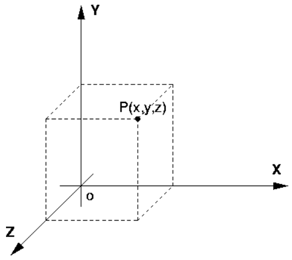
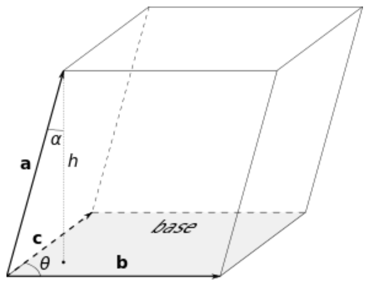
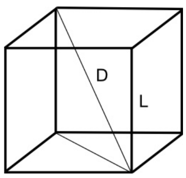
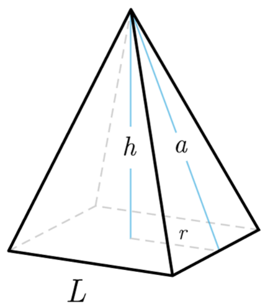
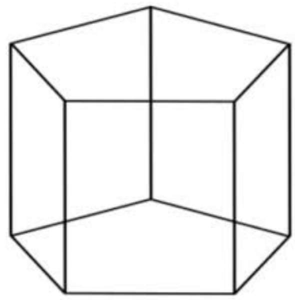
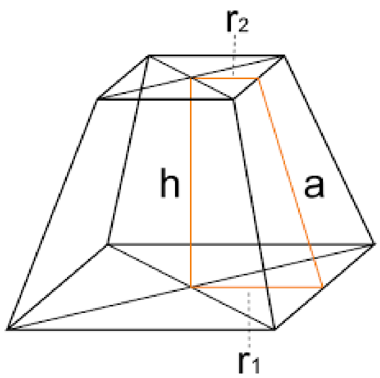
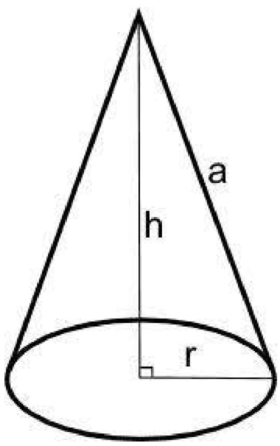
Dispens-two by Diariko

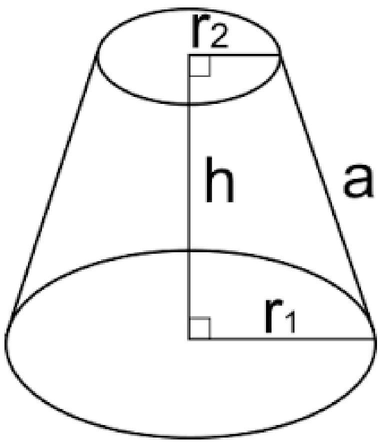
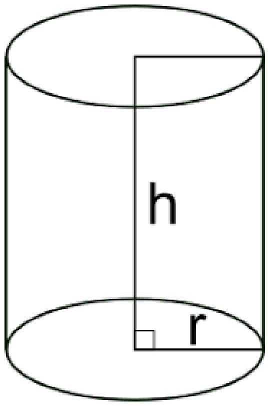
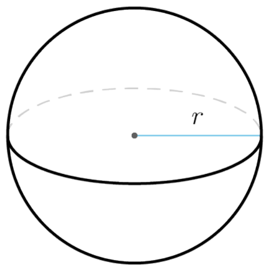
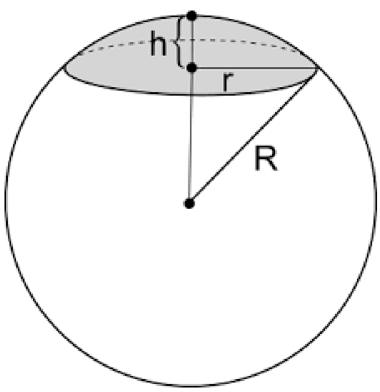
Utilizzo	Formula	Esempio
Teoria dei numeri		
Aritmetica modulare: L'aritmetica modulare si basa sul concetto di congruenza modulo “n”, ovvero che dati due numeri interi (**a**,**b**) si può dire che **a** è congruo a **b,** solo se la differenza **a-b** è multiplo di **n**	$a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow a-b = k \cdot n$	$48 \equiv 3 \pmod{5}$ poichè $(48-3)=45$ è multiplo di 5
Per ottenere **a** congruo **b** in **mod n** basta prendere **a** e dividerlo per **n**, il resto sarà **b**	$a/n=q+b$	48 mod 5 sarà 3, poichè 48/5 è 9 resto 3
Se **a≡c** e **b≡d** (mod n): si hanno le seguenti proprietà	$a+b \equiv c+d \pmod{n}$ $a-b \equiv c-d \pmod{n}$ $ab \equiv cd \pmod{n}$	$10 \equiv 1$ e $8 \equiv 2 \pmod{3}$ $10+8 \equiv 2+1 \equiv 0 \pmod{3}$ $10-8 \equiv 2-1 \pmod{3}$ $80 \equiv 2 \pmod{3}$
Combinatoria		
Formula per il calcolo del numero di diagonali di un poligono, sapendo il numero **n** di lati.	$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$	Quante diagonali si potrebbero tracciare in un poligono ha 27 lati? $d = \frac{27 \cdot 24}{2}$=324
Triangolo di Tartaglia Dato un binomio $(A+B)^n$ elevato ad *n*, è possibile costruirne lo sviluppo attraverso l'utilizzo del triangolo di tartaglia (si veda di fianco). Questo permette di sapere i gradi e i coefficienti per cui bisogna moltiplicare ogni monomio dello sviluppo. Come si osserva, per costruirlo si parte da 1, e si sommano, nella file successive, i 2 numeri sopra. Ad esempio, 6=3+3; 5=1+4; e 1=1+0	1 1 1 1 2 1 1 3 3 1 1 4 6 4 1 1 5 10 10 5 1 e così via In questo caso, la prima fila è per n=0, l'ultima per n=5. Ogni monomio della somma dello sviluppo deve avere lo stesso grado n , perciò i gradi si distribuiscono in modo simmetrico tra x e y.	Facciamo un esempio. **$(2x-3y)^4$ = ?** Consideriamo la 5 fila, e cominciamo a sviluppare il binomio. Il primo termine dello sviluppo è $(+2x)^4 \cdot (-3y)^0 \cdot 1$. Poi $(+2x)^3 \cdot (-3y)^1 \cdot 4$, dunque $(+2x)^2 \cdot (-3y)^2 \cdot 6$ e simmetricamente si hanno $(+2x)^1 \cdot (-3y)^3 \cdot 4$ e infine $(+2x)^0 \cdot (-3y)^4 \cdot 1$. Il procedimento è identico per qualsiasi altro binomio elevato a qualsiasi altro grado. Bisogna, però, porre attenzione ai segni quando si moltiplica.

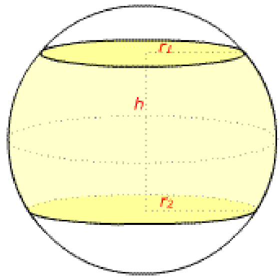
<table>
<tr>
<td>Binomio di Newton
Attraverso l’utilizzo dei coefficienti binomiali (vedi Dispens-One) è possibile scrivere lo sviluppo di (A+B)ⁿ in modo più diretto.</td>
<td>$(A+B)^n=$
$\binom{n}{0}A^n\cdot B^0+\binom{n}{1}A^{n-1}\cdot B^1+\ldots$
$\ldots+\binom{n}{n-1}A^1\cdot B^{n-1}+\binom{n}{n}A^0\cdot B^n$

Tra i termini di uno sviluppo esiste una simmetria di gradi e coefficienti.</td>
<td>La scrittura precedente, che prende il nome di “formula del binomio di Newton”, può essere sintetizzata con l’utilizzo della sommatoria.
Ricordando che $\sum_{k=0}^{n}$ significa “ somma degli elementi che otteniamo quando k varia da 0 a n”, si ottiene:
$(A+B)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cdot A^{n-k}\cdot B^k$</td>
</tr>
<tr>
<td>I numeri di Catalan sono una successione di numeri molto utile in calcolo combinatorio: (partendo da n=0)
1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796…</td>
<td>$C_{\mathrm{n}} = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$
con n che parte da 0.</td>
<td>Le implicazioni sono molteplici anche nel calcolo dei percorsi in una scacchiera nxn che collegano due vertici opposti e non sorpassano mai la diagonale.. Calcolare il quinto numero della sequenza:
$C_{\mathrm{n}} = \frac{(10)!}{(6)!\,5!}$=42</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3" align="center">Probabilità</td>
</tr>
<tr>
<td>Se lanciamo n dadi equilibrati, a f facce, e vogliamo calcolare la probabilità che esca come somma un determinato numero: è sufficiente calcolare la somma dei coefficienti del polinomio come casi totali e mettere al numeratore il coefficiente del termine elevato al numero che vogliamo.</td>
<td>Il polinomio si ottiene sviluppando questa formula:
$\frac{1}{f}\left(\sum_{k=1}^{f}x^k\right)^n$</td>
<td>possiamo calcolare la distribuzione nel caso in cui n=10 e f=6.
La maggior probabilità di uscita è 35, con la probabilità di $\frac{7631}{104976}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3" align="center">Geometria</td>
</tr>
<tr>
<td>Teorema di Ceva:
Siano A, B, C i vertici di un triangolo; li si congiungano con un punto O del piano e si indichino con D, E, F le intersezioni con i lati del triangolo.</td>
<td>
</td>
<td>Si ha la seguente relazione:
$\frac{AF}{FB}\cdot\frac{BD}{CD}\cdot\frac{CE}{EA}$= 1</td>
</tr>
</table>

Sia ABC un triangolo e sia P un punto interno ad esso. Tracciando le parallele ai lati del triangolo passanti per P, si formano tre parallelogrammi e tre triangoli.		Dette X, Y, Z le aree dei tre triangoli, è possibile definire la seguente relazione tra area del triangolo di partenza e aree dei triangoli formati: **A=**$(\sqrt{X}+\sqrt{Y}+\sqrt{Z})^2$
Quadrilatero di Varignon: si ottiene congiungendo i punti medi di un qualsiasi quadrilatero.		L'area del quadrilatero ottenuto congiungendo i punti medi di un quadrilatero è sempre la metà di quella del quadrilatero originale.Inoltre il quadrilatero ottenuto è sempre un parallelogramma.
Geometria solida: branca della geometria che si occupa dello studio dei solidi, figure geometriche formate da punti compresi in uno spazio tridimensionale.		Le figure solide possiedo tre dimensioni, ricavabili dal sistema di assi x-y-z. la dimensione x è la lunghezza, y l'altezza e z la profondità
Parallelepipedo: poliedro (solido geometrico) le cui facce sono 6 parallelogrammi. Gli angoli formati dalle sue facce possono avere ampiezza variabile; quando sono retti si parla di parallelepipedo rettangolo	Parallelepipedo non rettangolo: le aree delle facce sono simmetricamente uguali, e si calcolano con le formule del parallelogramma. $V= A_b \cdot h$, con A_b Area di base e h altezza. Valgono le stesse formule col parallelepipedo rettangolo, inoltre il volume si può calcolare come prodotto delle tre dimensioni: $V = a \cdot b \cdot c$	 c=3cm, b=5cm e h=6cm Quanto misura il volume di quel parallelepipedo non rettangolo? Calcoliamo l'area di base: $A_b=b\cdot c=3\cdot 5\ cm^2=15cm^2$ $V=A_b\cdot h=15cm^2\cdot 6cm=90cm^3$
Cubo: detto anche esaedro regolare, è una figura solida composta da 6 facce quadrate,8 vertici e 12 spigoli. Gli spigoli che si incontrano in uno spigolo sono perpendicolari a 2 a 2	Area di base= ℓ^2 Area laterale= $4\ \ell^2$ Area totale= $6\ \ell^2$ Volume= ℓ^3 Diagonale= $\ell\sqrt{3}$ con ℓ spigolo del cubo	 Sapendo che lo spigolo di un cubo misura ℓ = 2cm, quanto misura il volume? $V= 2^3 = 8\ cm^3$

Piramide retta regolare: poliedro che ha come base un poligono regolare circoscrivibile ad una circonferenza il cui centro è il piede dell'altezza tracciata da un unico vertice esterno al piano della base.	Le facce laterali sono triangoli; la superficie laterale del solido si calcola come $\mathbf{A_\ell=p_b\cdot a}$, con $\mathbf{p_b}$ che indica il semiperimetro di base e **a** l'apotema. La superficie totale si calcola come $\mathbf{A_t=p_b\cdot a+A_b}$, con $\mathbf{A_b}$ ad indicare l'area di base. Infine il volume si calcola nel seguente modo: $\mathbf{V=\frac{1}{3}A_b\cdot h}$	
Prisma retto: poliedro che ha due basi costituite da poligoni uguali su due piani paralleli. Il prisma retto ha come facce laterali solo rettangoli, tutti perpendicolari ai piani delle basi.	La superficie laterale del solido si può calcolare con: $\mathbf{A_\ell=2p\cdot h}$, con **2p** perimetro di base, e **h** altezza del prisma. Per la superficie totale si fa $\mathbf{A_t=2p_b\cdot a+2A_b}$, con $\mathbf{A_b}$ ad indicare l'area di base. Infine, per il volume, si utilizza la formula: $\mathbf{V=A_b\cdot h}$	
Tronco di piramide: poliedro che si ottiene tagliando una piramide con un piano parallelo a quello di base.	Essendo le basi figure geometriche piane, le aree di queste si calcolano con le relative formule. Per la superficie laterale si fa: $\mathbf{A_\ell=\frac{1}{2}\cdot(2p_1+2p_2)\cdot a}$, con **a** indicante apotema, e **2p** le aree di base. La superficie totale si calcola come: $\mathbf{A_t=A_\ell+A_1+A_2}$, $\mathbf{A_{1/2}}$ è l'area di base. Infine, $\mathbf{V=\frac{1}{3}(A_1+A_2+\sqrt{A1\ +\ A2})\cdot h}$	
Cono: solido di rotazione che si forma facendo ruotare un triangolo rettangolo intorno ad un suo cateto, che diviene *asse* e *altezza* del cono. L'altro cateto diviene il *raggio (**r**)* della circonferenza che forma durante la rotazione. Infine, l'ipotenusa viene detta *apotema (**a**) del cono*.	La superficie laterale si calcola come: $\mathbf{A_\ell=\pi\cdot r\cdot a.}$ La superficie di base si calcola con la formula del cerchio, e la superficie totale con: $\mathbf{A_t=\pi\cdot r\cdot(a+r).}$ Infine, per il volume si fa: $\mathbf{V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h}$ L'apotema **a** si può calcolare col teorema di pitagora	

Tronco di cono: solido ottenuto dal taglio di un cono con un piano parallelo alla base, oppure formato dalla rotazione di un trapezio rettangolo intorno al lato dell'altezza. Le due basi sono due circonferenze parallele. L'altezza (**h**)passa per i centri delle circonferenze ed è ad esse perpendicolare. Infine, l'apotema **a** è il lato obliquo del trapezio con cui si è costruito il tronco di cono.	La superficie laterale si può calcolare come: $A_\ell=\pi\cdot(r_1+r_2)\cdot a$ Le aree di base si calcolano con la formula dell'area del cerchio. La superficie totale: $A_t=\pi\cdot[(r_1+r_2)\cdot a+r_1^2+r_2^2]$ Infine, per quanto riguarda il volume si usa la formula: $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot h\cdot(r_1\cdot r_2+r_1^2+r_2^2)$ L'apotema **a** si può calcolare col teorema di pitagora	
Cilindro: solido di rotazione ottenuto facendo ruotare un rettangolo intorno a un suo lato. Si formano due basi circolari parallele che hanno come raggio **r** la lunghezza del lato che non è stato usato come asse di rotazione. Quest'ultimo, invece, forma l'altezza **h** del solido.	Le superfici di base sono uguali e calcolabili come aree di cerchi. La superficie laterale si calcola come: $A_\ell=2\pi\cdot r\cdot h$ La superficie totale, invece, come: $A_t=2\pi\cdot r\cdot(h+r)$ Infine, il volume: $V=\pi\cdot r^2\cdot h$	
Sfera: solido che si ottiene dalla rotazione di una semicirconferenza intorno al proprio diametro. Definibile anche come luogo geometrico dei punti dello spazio che sono ad una distanza compresa tra 0 e **r** da un punto **O** detto centro della sfera.	La superficie totale della sfera è calcolabile come: $A_t=4\pi\cdot r^2$ Il volume, invece, con la formula: $V=\frac{4}{3}\pi\cdot r^2$	
Calotta sferica: ciascuna delle due parti che si ottengono dall'intersezione di una superficie sferica con un piano secante. La calotta sferica è una superficie; la porzione di volume sferico compreso tra questa e il cerchio che si ottiene dall'intersezione è detta **segmento sferico**	Formula per il calcolo della superficie di una calotta sferica: $A_c=2\pi\cdot R\cdot h$ Formula per il calcolo del volume del segmento sferico: $V=\frac{1}{3}\pi\cdot h^2\cdot(3R-h)$ Con **R** raggio della sfera di origine.	

Segmento sferico a 2 basi: porzione di volume sferico che si ottiene dall'intersezione di due piani paralleli con una sfera. La superficie del segmento sferico a 2 basi è detta zona sferica.	La superficie della zona sferica si calcola con la stessa formula della calotta. Il volume del segmento sferico a 2 basi si calcola invece come: $V=\frac{\pi \cdot h}{2} \cdot (r_1^2+r_2^2)+\frac{\pi \cdot h^3}{6}$	
	Algebra	
Formule di Viète Considerato un polinomio monico di grado **n**, questo ha *n* radici. Tra le radici del polinomio e i suoi coefficienti esistono delle relazioni, che prendono il nome di formule di Viète. Si consideri un polinomio di secondo grado, che ha per radici α_1 e α_2. La sua scomposizione risulta essere $p(x)=(x-\alpha_1)(x-\alpha_2) = x^2+a_1x+a_0x$ Se si svolgono i passaggi si osserva che: $a_1= -\alpha_1 -\alpha_2 \longrightarrow \alpha_1+\alpha_2= -a_1$ $a_0= \alpha_1 \cdot \alpha_2$	Lo stesso ragionamento eseguito a sinistra lo si può seguire per polinomi di grado superiore, così da ottenere altri esempi di formule di Viète. Polinomio di 3' grado: $x^3+a_2x^2+a_1x+a_0x$ $a_2=-\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3$ $a_1=\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_2\alpha_3$ $a_0=-\alpha_1\alpha_2\alpha_3=-\alpha_1\cdot(-\alpha_2)\cdot(-\alpha_3)$ Come si osserva dai due casi, il coefficiente di X^{n-1}è dato dalla somma delle radici con segni opposti.	Le varie somme tra radici sono svolte con le radici a segni opposti: $a_1=\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_2\alpha_3=$ $= -\alpha_1(-\alpha_2) -\alpha_1(-\alpha_3) -\alpha_2(-\alpha_3)$ (esempio tratto dal 2' caso proposto) Il secondo coefficiente del polinomio (a_{n-2}) è dato dalla somma tra i prodotti a 2 a 2 delle radici col segno opposto. Il terzo è la somma dei prodotti a 3 a 3 delle radici a segni opposti. Così via per i coefficienti seguenti. Infine, a_0è dato dal prodotto tra tutte le radici con segni opposti.
Polinomio ausiliario: Molte volte non si riesce a modificare con raccoglimenti o scomposizioni il polinomio dato in partenza, si usa quindi un polinomio ausiliario, che è legato al polinomio di partenza da una semplice relazone.	$p(x) \rightarrow q(x)$	p(x) è di terzo grado a coefficienti interi. p(11)=1; p(13)=1; p(17)=1 quanto vale p(19) al minimo, sapendo che è un intero di tre cifre. Qui basta prendere un polinomio ausiliario q(x)=p(x)-1 q(x)=a(x-11)(x-13)(x-17) q(19)= 96a⟶p(19) = 1+96a. Quindi al min. è 193
Formula risolutiva equazione di terzo grado,(per trovare soluzioni in campo reale) dove è assente il termine di secondo grado. $x^3+px+q=0$	$x=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{p^3}{27}+\frac{q^2}{4}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{p^3}{27}+\frac{q^2}{4}}}$	
	$x^3+5x-6=0 \longrightarrow$ $x_1=1$ in campo reale, ha altre 2 soluzioni in campo complesso	La formula funziona solo se $\frac{p^3}{27}+\frac{q^2}{4} \geq 0$
TikTok: **diariko2023**	**Seguici sui social**	Instagram: **diariko2023**